



FABRE – Consorzio di ricerca per la valutazione e il monitoraggio di ponti viadotti e altre strutture
Ponti, viadotti e gallerie esistenti: ricerca, innovazione e applicazioni
2- 4 Febbraio 2022, Lucca



Analisi limite di ponti ad arco in muratura sotto azioni statiche e sismiche

Chiara Ormando¹, Giacomo Buffarini², Paolo Clemente², Fernando Saitta²

¹*Università degli studi di Roma Tor Vergata*

²*ENEA, Centro Ricerche Casaccia, Roma*



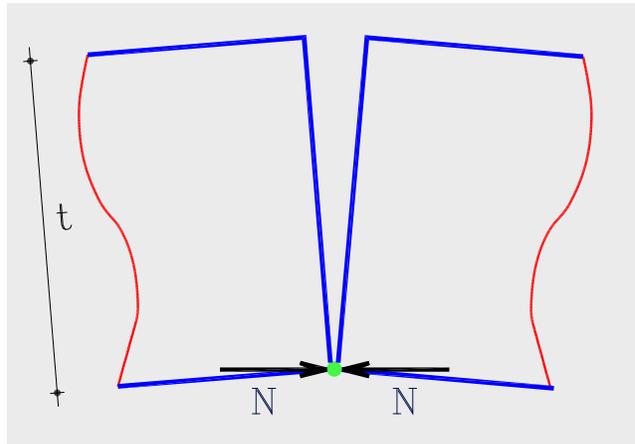
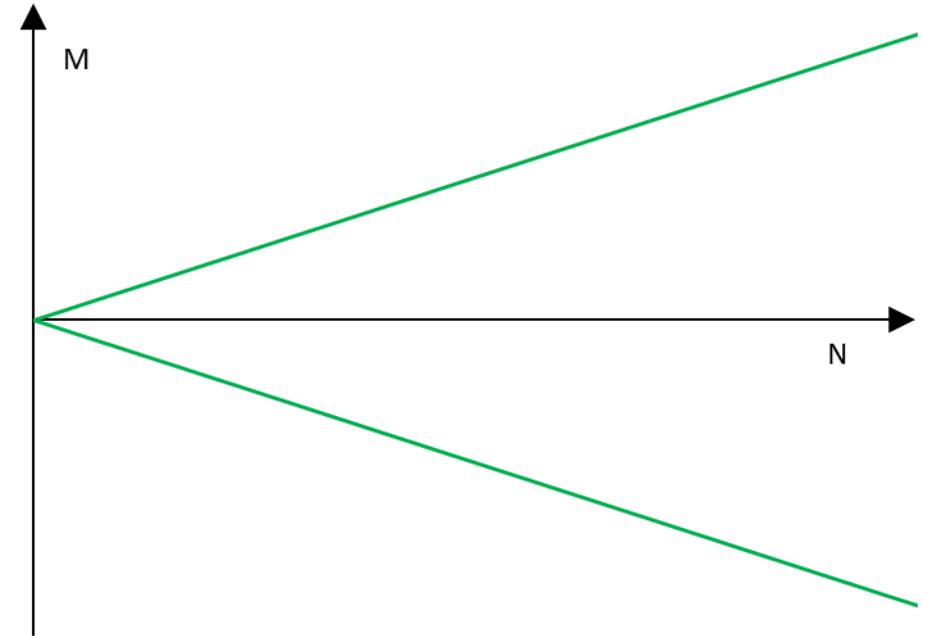
1. Modello di Heyman
2. Introduzione del modello con resistenza a compressione finita
3. Arco soggetto a carichi verticali
4. Arco soggetto a carichi sismici longitudinali
5. Ponte ad arco a due campate soggetto a carichi verticali
6. Ponte ad arco a due campate soggetto a carichi sismici longitudinali

Modello di Heyman

Ipotesi:

- Arco composto da conci rigidi senza malta
- Resistenza a trazione nulla
- **Resistenza a compressione infinita $f_u \rightarrow +\infty$**
- Assenza di slittamenti tra i conci

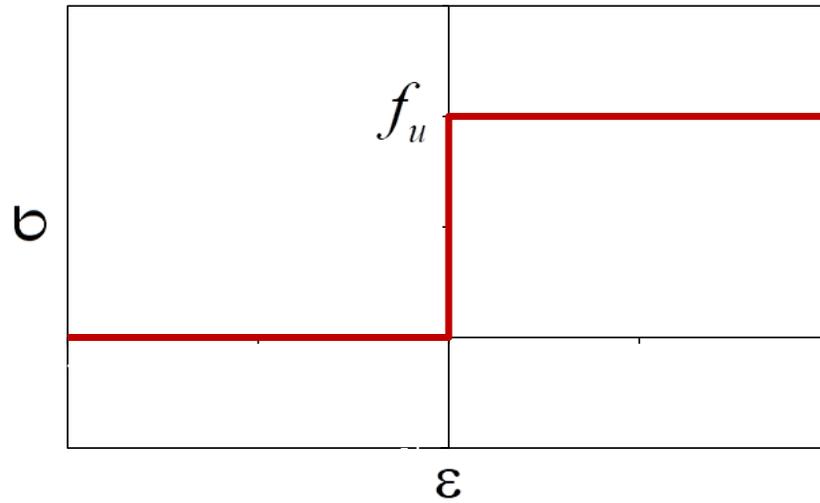
Dominio limite $M = \pm N \frac{t}{2}$ $e = \pm \frac{t}{2}$



Collasso della sezione

- Due sezioni adiacenti possono ruotare tra loro **rispetto ad un punto posto all'intradosso o all'estradosso**
- **La risultante delle forze è tangente all'intradosso o all'estradosso**

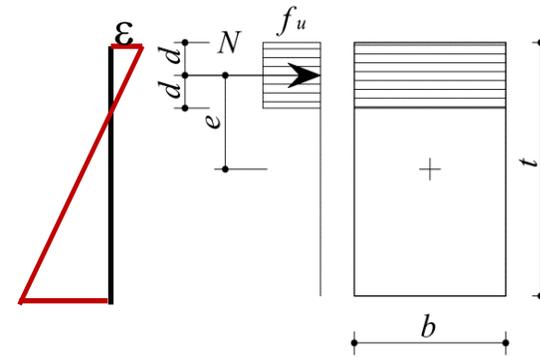
Legame costitutivo



Ipotesi:

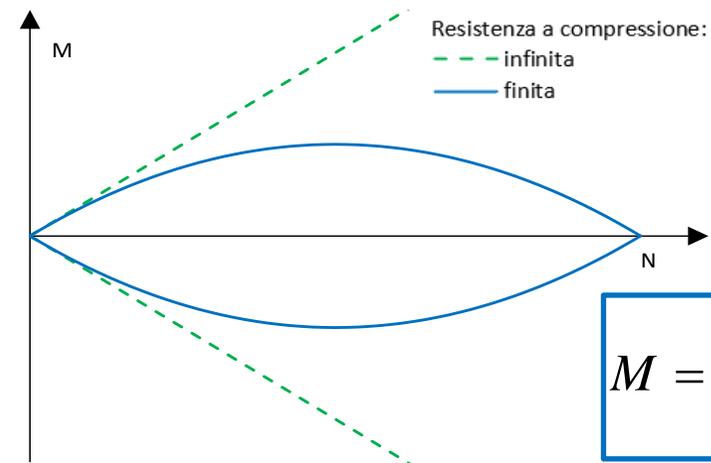
- Arco composto da conci rigidi senza malta
- Resistenza a trazione nulla
- Comportamento rigido plastico perfetto
- Resistenza a compressione finita f_u
- Assenza di slittamenti tra i conci

e Dominio limite



$$N = 2bd \cdot f_u$$

$$M = 2bd \cdot f_u \left(\frac{t}{2} - d \right)$$

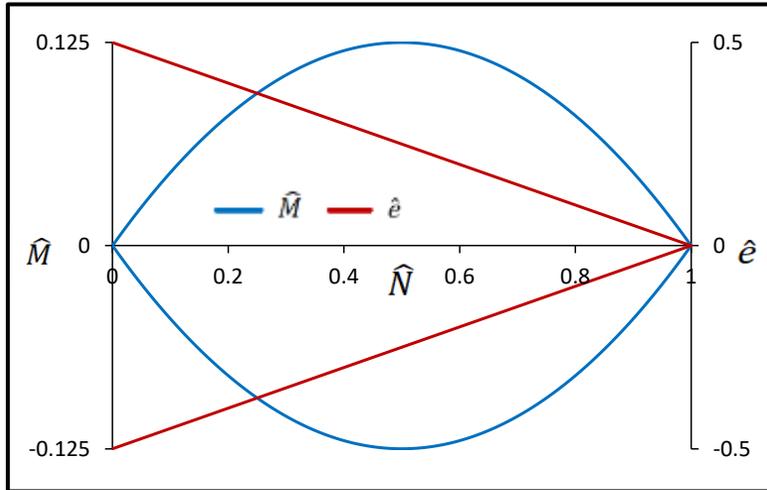


Essendo:

$$N_u = b \cdot t \cdot f_u$$

$$M = \pm \frac{bt^2}{2} f_u \frac{N}{N_u} \left(1 - \frac{N}{N_u} \right)$$

Collasso della sezione

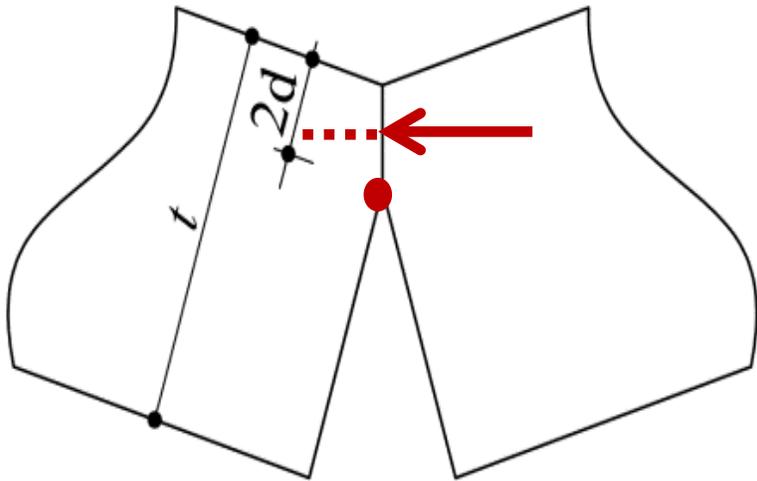


Ponendo:

$$\hat{N} = \frac{N}{N_u} \quad \hat{M} = \frac{M}{N_u t} \quad \hat{e} = \frac{e}{t} = \frac{\hat{M}}{\hat{N}}$$

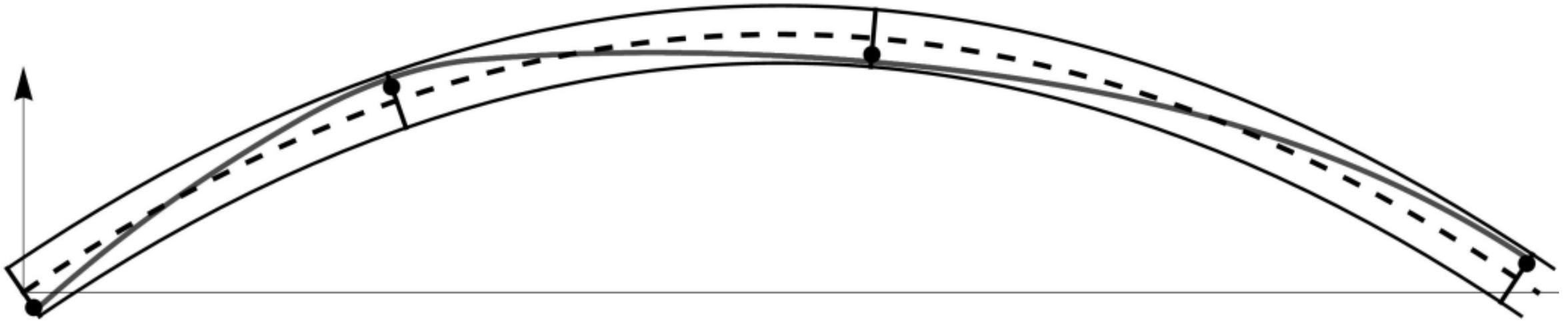
$$\hat{M} = \pm \frac{1}{2} \hat{N} (1 - \hat{N})$$

$$\hat{e} = \pm \frac{1}{2} (1 - \hat{N})$$



- Collasso: stato limite generato dalle coppie (\hat{e}, \hat{N}) posizionate sul limite del dominio.
- Due sezioni adiacenti ruotano tra loro rispetto al punto in cui inizia il diagramma delle tensioni.

Collasso dell'arco



- Deve formarsi un numero tale di cerniere da creare un meccanismo
- Tutte le cerniere devono formarsi nello stesso istante per le ipotesi effettuate sul materiale
- La linea delle pressioni non coincide con la posizione delle cerniere
- **Le forze interne agenti sulle cerniere contribuiscono alla stabilità della struttura**
- La soluzione viene ricavata attraverso i teoremi dell'analisi limite

Teoremi dell'analisi limite

Teorema statico

Il moltiplicatore dei carichi al collasso λ risulta essere il più grande dei moltiplicatori staticamente ammissibili

λ_{stat}

Teorema cinematico

Il moltiplicatore dei carichi al collasso λ risulta essere il più piccolo dei moltiplicatori cinematicamente ammissibili

λ_{cin}

Teorema dell'unicità

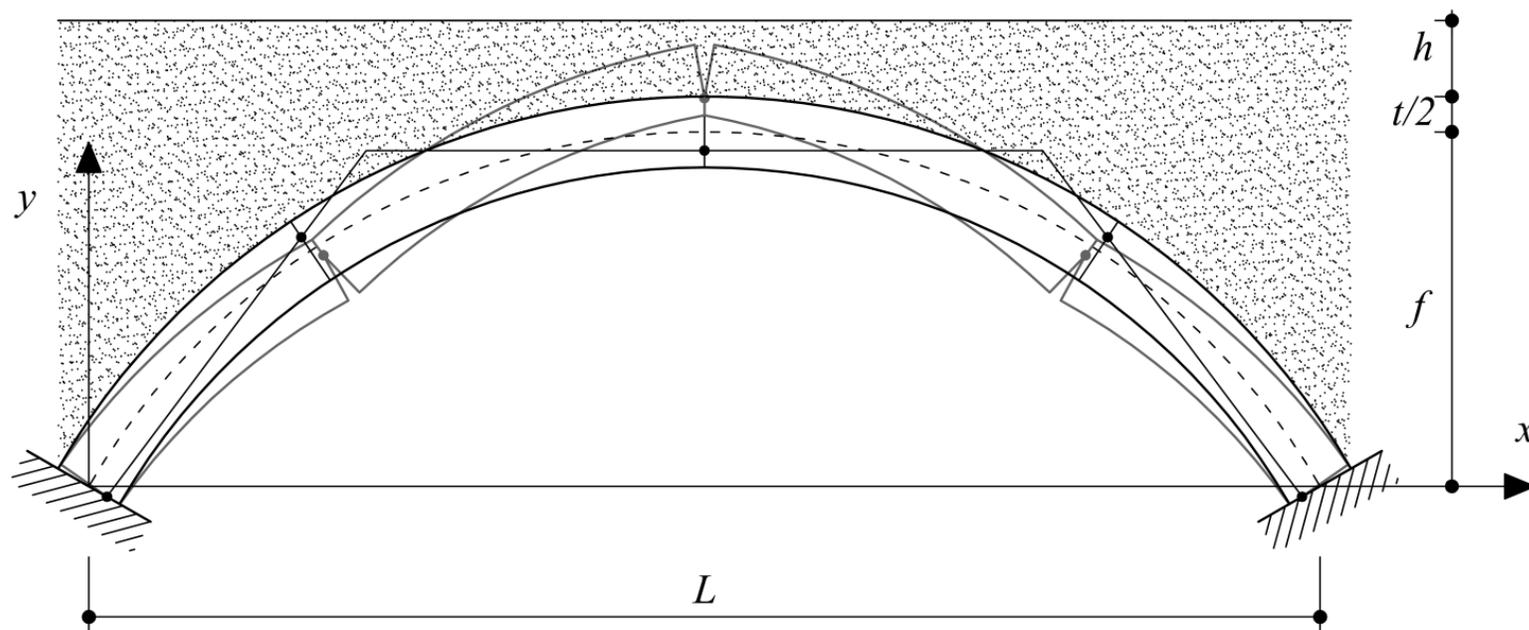
Il moltiplicatore dei carichi al collasso λ è l'unico moltiplicatore sia staticamente che cinematicamente ammissibile

$$\max(\lambda_{\text{stat}}) = \lambda = \min(\lambda_{\text{cin}})$$

Il moltiplicatore dei carichi al collasso λ può essere ricavato attraverso una procedura iterativa.

La condizione di equilibrio è data dal Principio dei Lavori Virtuali.

Arco soggetto a carichi verticali: Geometria e Materiali



Geometria

Profondità $b = 1$

Spessore $t(x) = t_c \cdot t'(x)$

Grandezze geometriche adimensionalizzate

$\hat{x} = x/L$ $\hat{y}(\hat{x}) = y(x)/L$

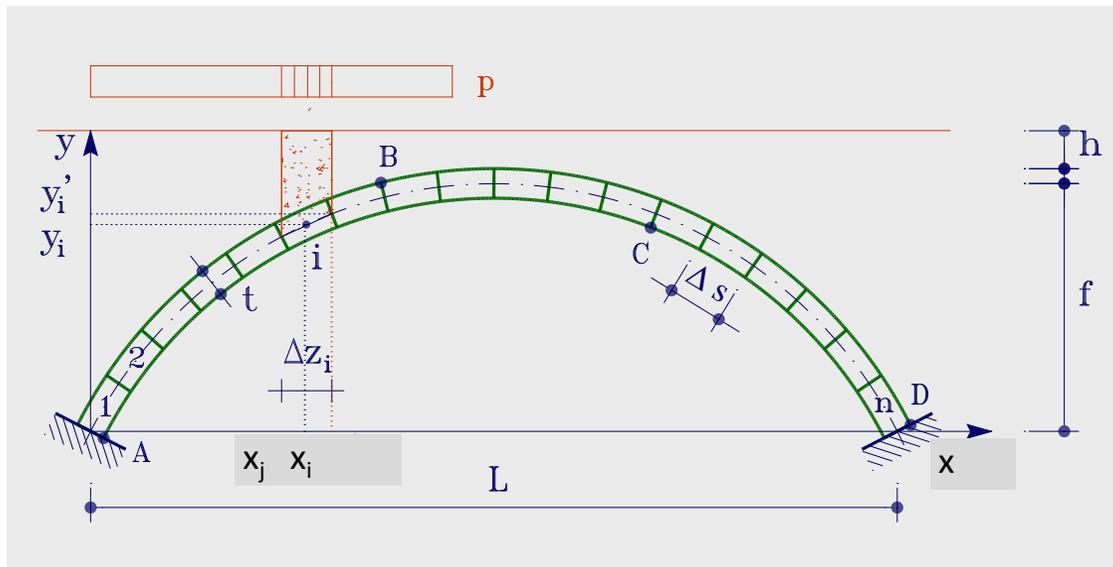
$\hat{f} = f/L$ $\hat{t}(\hat{x}) = t(x)/L$

$\hat{h} = h/L$

$$\sigma = \frac{f_u}{\gamma_w L}$$

Resistenza a compressione adimensionalizzata
 (γ_w peso specifico del materiale strutturale)

Arco soggetto a carichi verticali: i Carichi



Posto:

γ_w peso specifico del materiale strutturale

$\gamma_b = \gamma \cdot \gamma_w$ peso specifico del riempimento

$\alpha(\hat{x})$ angolo tra la tangente alla linea d'asse dell'arco e l'asse x

Peso proprio

$$w_w(x) = \gamma_w bL \cdot \hat{w}_w(\hat{x}) = \gamma_w bL \cdot \frac{\hat{t}(\hat{x})}{\cos \alpha(\hat{x})}$$

Peso del riempimento

$$w_b(x) = \gamma_w bL \cdot \hat{w}_b(\hat{x}) = \gamma_w bL \cdot \gamma \left(\hat{h} + \hat{f} + \frac{\hat{t}(\hat{x})}{2} - \hat{y}(\hat{x}) - \frac{\hat{t}(\hat{x})}{2 \cos \alpha(\hat{x})} \right)$$

Carico viaggiante

$$p_0 = \frac{1}{L} \int_0^L (w_w(x) + w_b(x)) dx = \gamma_w bL \cdot \int_0^1 (\hat{w}_w(\hat{x}) + \hat{w}_b(\hat{x})) d\hat{x}$$

Arco soggetto a carichi verticali: i Lavori virtuali

Carichi permanenti

$$L_w = \gamma_w bL^3 \cdot \int_0^1 [\hat{w}_w(\hat{x})\eta(\hat{x}) + \hat{w}_b(\hat{x})\eta(\hat{x})] d\hat{x}$$

Carico viaggiante

$$L_p = \sum_1^m \int_{x_{0i}}^{x_{1i}} p_i(x)\eta(x) dx = \\ = \gamma_w bL^3 \cdot \int_0^1 (\hat{w}_w(\hat{x}) + \hat{w}_b(\hat{x})) d\hat{x} \cdot \sum_1^m \int_{\hat{x}_{0i}}^{\hat{x}_{1i}} \hat{p}_i(\hat{x})\hat{\eta}(\hat{x}) d\hat{x}$$

Lavoro interno

$$L_i = 2 \sum_1^n f_u d_i^2 \Delta\varphi_i = 2\gamma_w bL^3 \sum_1^n \sigma \hat{d}_i^2 \Delta\varphi_i$$

λ_w = moltiplicatore dei carichi permanenti = 1

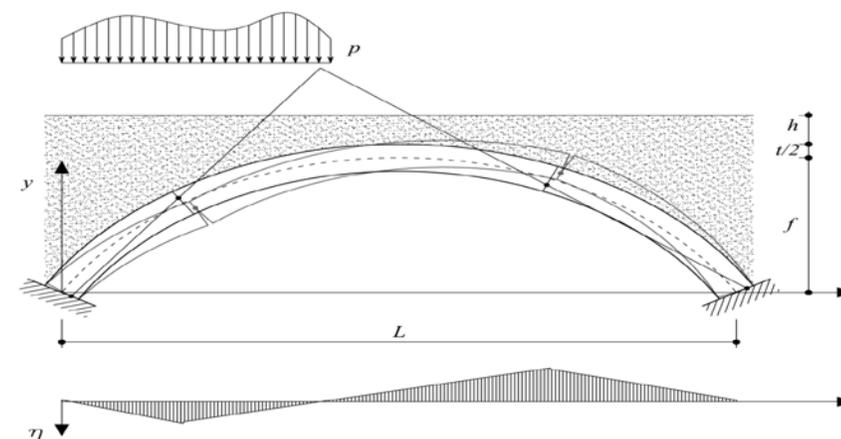
λ_p = the travelling load factor

$$\lambda_p L_p + \lambda_w L_w = L_i$$

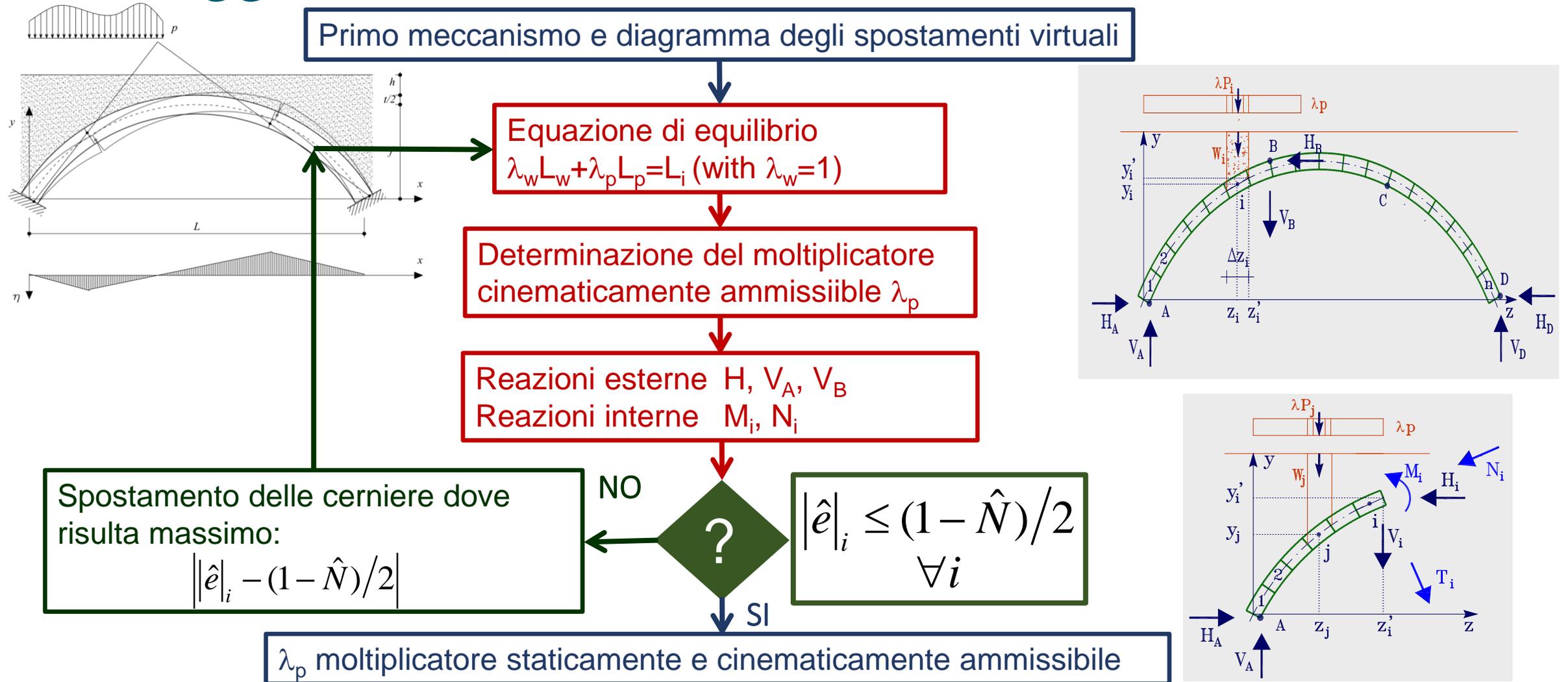
Con:

$\Delta\varphi_i$ rotazione relativa alla i-esima cerniera

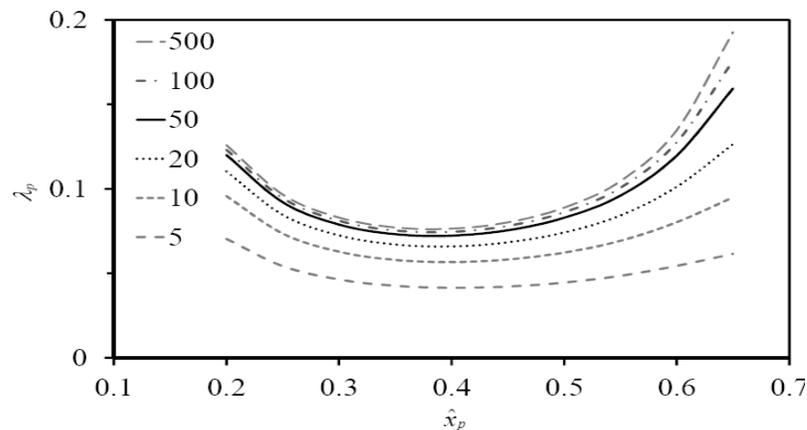
$\hat{d}_i = d_i/L$ distanza adimensionale tra fibra più compressa e curva di pressione



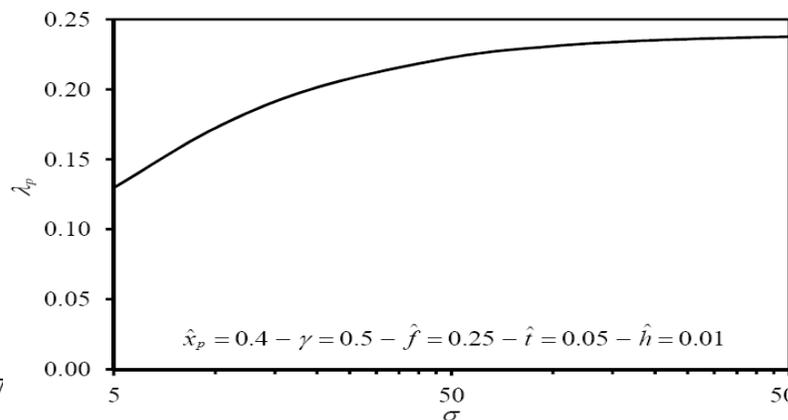
Arco soggetto a carichi verticali: Procedura iterativa



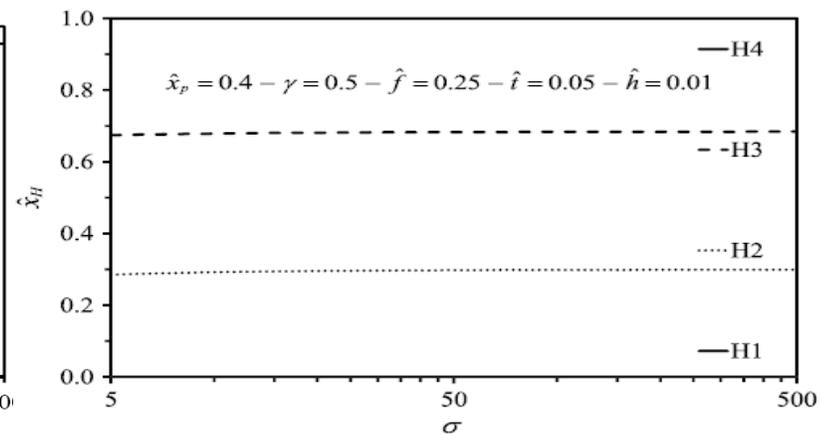
Arco soggetto a carichi verticali: i Risultati



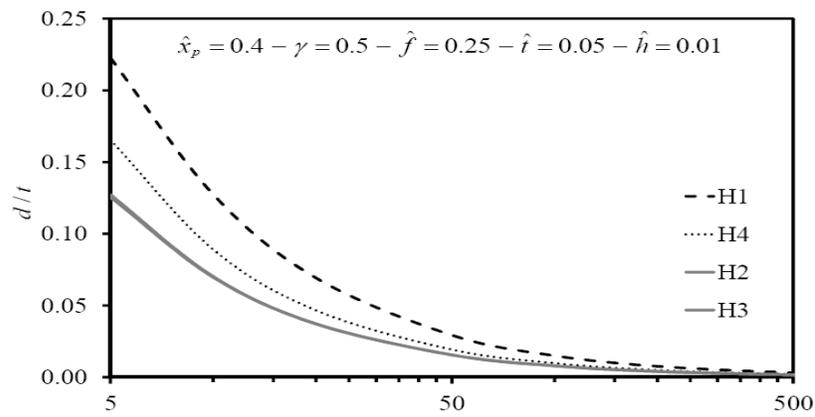
Moltiplicatore dei carichi verticali al variare dell'asse x



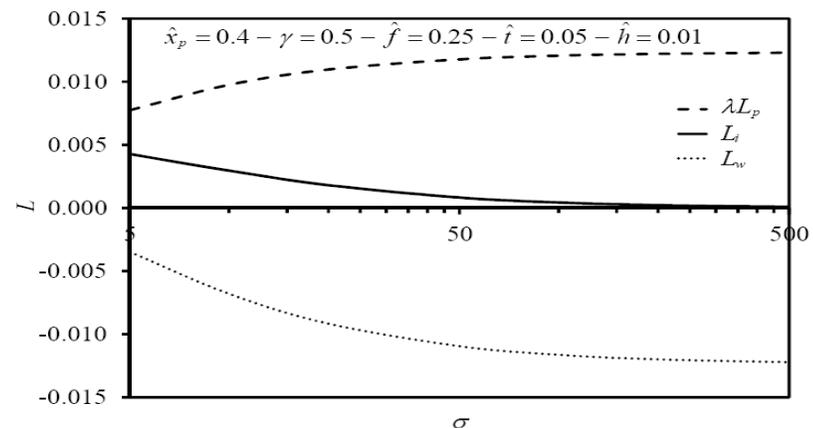
Moltiplicatore dei carichi verticali al variare di σ



Posizione delle cerniere rispetto l'asse x al variare di σ

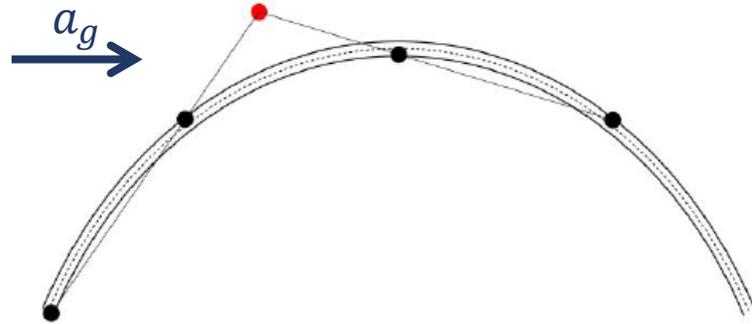


Posizione delle cerniere lungo la sezione al variare di σ

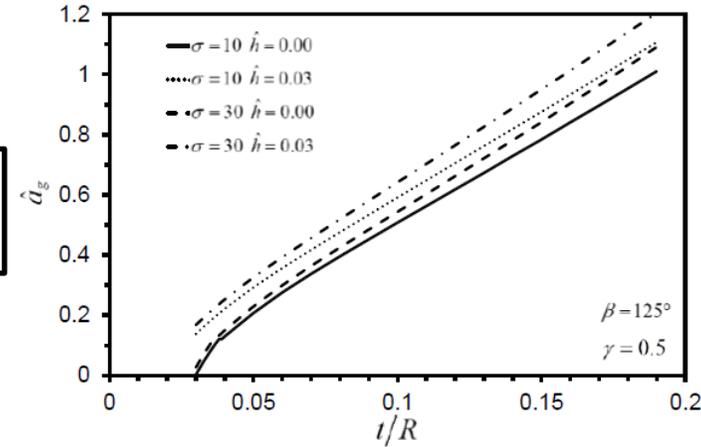


Lavori virtuali al variare di σ

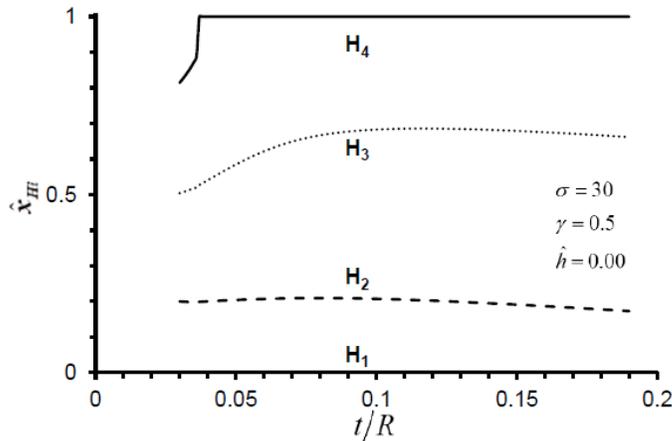
Arco soggetto a carichi sismici longitudinali



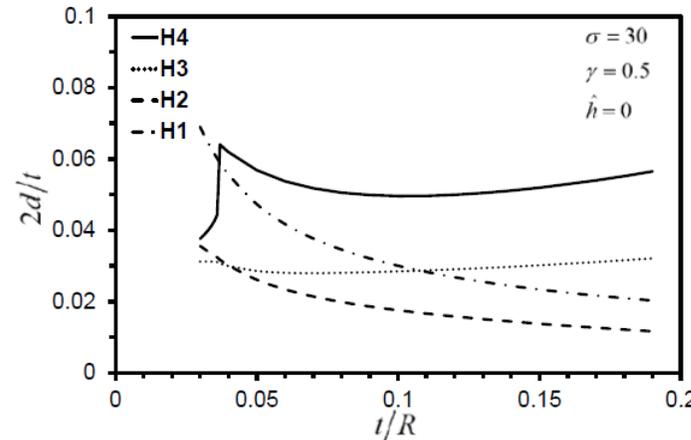
$$L_p + \hat{a}_g L_h = L_i$$



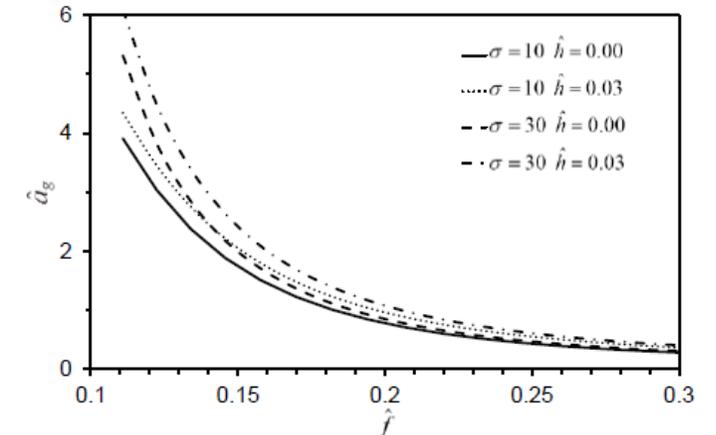
Moltiplicatore dei carichi sismici al variare dello spessore e di σ



Posizione delle cerniere rispetto l'asse x al variare dello spessore

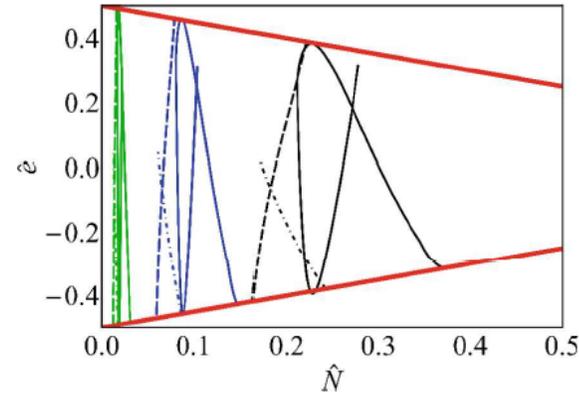
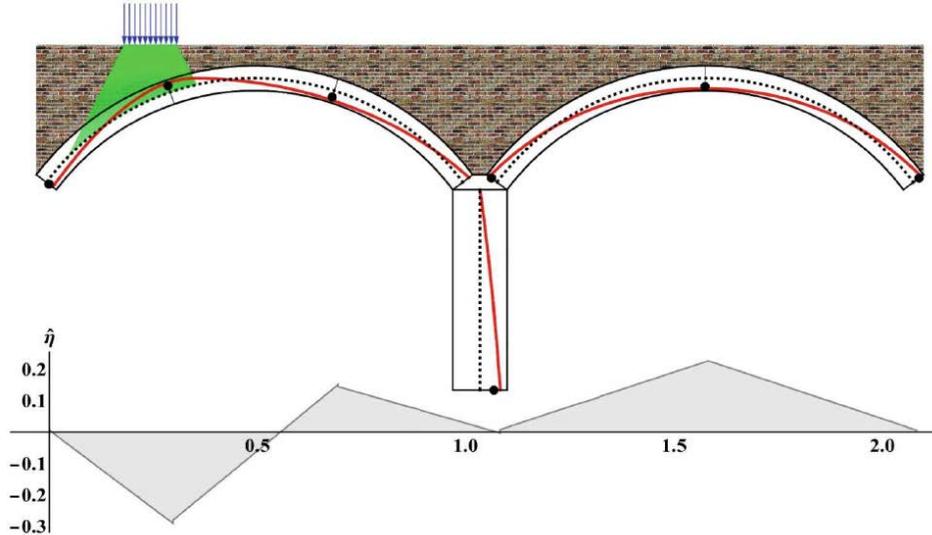


Posizione delle cerniere lungo la sezione al variare dello spessore



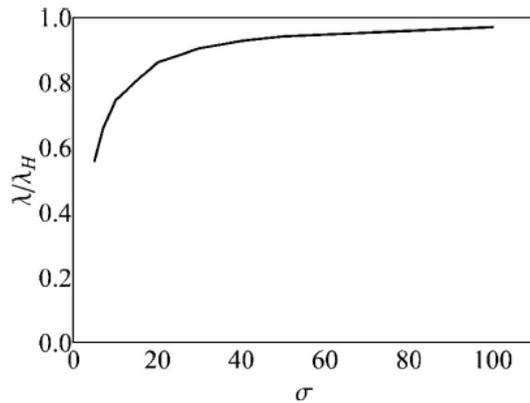
Moltiplicatore dei carichi sismici al variare della freccia adimensionalizzata

Ponte ad arco a due campate soggetto a carichi verticali

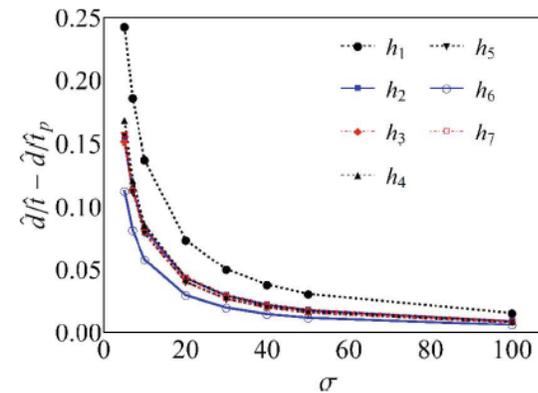


Coppie (\hat{e}, \hat{N}) nei meccanismi di collasso al variare di σ :

- $\sigma=7$
- $\sigma=20$
- $\sigma=100$

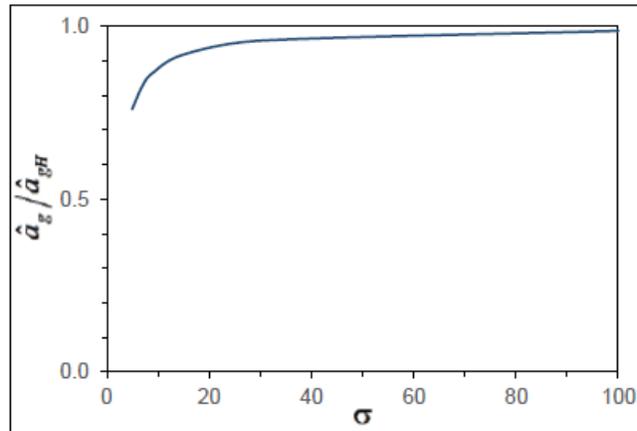
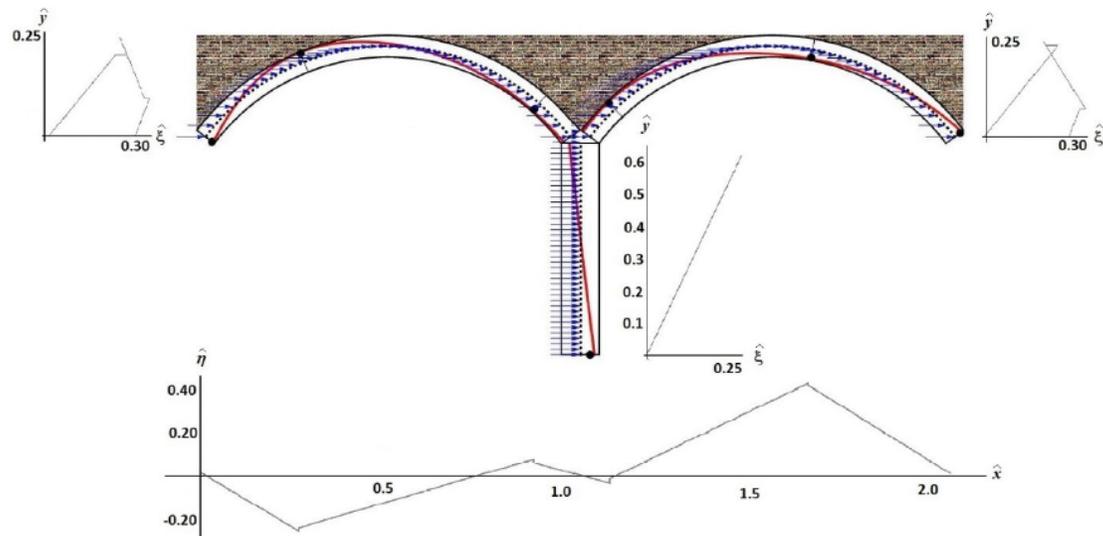


Moltiplicatore del carico verticale normalizzato rispetto al moltiplicatore dei carichi di Heyman al variare di σ

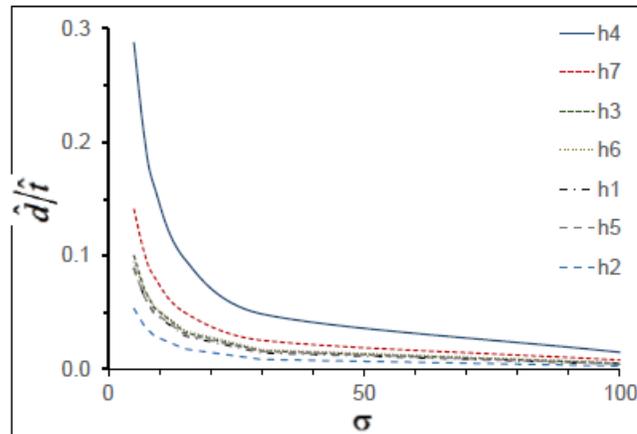


Posizione delle cerniere lungo la sezione al variare di σ

Ponte ad arco a due campate soggetto a carichi sismici longitudinali



Moltiplicatore dell'accelerazione sismica rispetto al moltiplicatore di Heyman al variare di σ



Posizione delle cerniere lungo la sezione al variare di σ

Conclusioni

- Metodo speditivo ed affidabile per la verifica
- Si tiene in considerazione la resistenza della muratura
- Per bassi valori di σ i risultati si scostano molto da quelli ricavati con il modello di Heyman



Chiara.ormando@uniroma2.it